**第三讲基本不等式**

id:2147491889;FounderCES

题组基本不等式

1*.*[2015陕西,9,5分][理]设*f*(*x*)*=*ln *x*,0*<a<b*,若*p=f*(),*q=f*(),*r=*( *f*(*a*)*+f*(*b*)),则下列关系式中正确的是()

A.*q=r<p* B.*p=r<q* C.*q=r>p* D.*p=r>q*

2*.*[2014重庆,9,5分]若log4(3*a+*4*b*)*=*log2,则*a+b*的最小值是()

A.6*+*2 B.7*+*2 C.6*+*4 D.7*+*4

3*.*[2013山东,12,5分][理]设正实数*x*,*y*,*z*满足*x*2*-*3*xy+*4*y*2*-z=*0,则当取得最大值时,*+-*的最大值为()

A.0 B.1 C. D.3

4*.*[2017天津,13,5分]若*a*,*b*∈R,*ab>*0,则的最小值为*.*

5*.*[2017 山东,12,5分]若直线*+=*1(*a>*0,*b>*0)过点(1,2),则2*a+b*的最小值为*.*

6*.*[2017 江苏,10,5分][理]某公司一年购买某种货物600吨,每次购买*x*吨,运费为6万元*/*次,一年的总存储费用为4*x*万元*.*要使一年的总运费与总存储费用之和最小,则*x*的值是*.*

7*.*[2015山东,14,5分]定义运算“”:*x**y=*(*x*,*y*∈R,*xy*≠0)*.*当*x>*0,*y>*0时,*x**y+*(2*y*)*x*的最小值为*.*

8*.*[2015重庆,14,5分]设*a*,*b>*0,*a+b=*5,则*+*的最大值为*.*

9*.*[2014湖北,16,5分]某项研究表明:在考虑行车安全的情况下,某路段车流量*F*(单位时间内经过测量点的车辆数,单位:辆*/*小时)与车流速度*v*(假设车辆以相同速度*v*行驶,单位:米*/*秒)、平均车长*l*(单位:米)的值有关,其公式为*F=.*

(1)如果不限定车型,*l=*6*.*05,则最大车流量为辆*/*小时;

(2)如果限定车型,*l=*5,则最大车流量比(1)中的最大车流量增加辆*/*小时*.*

id:2147491903;FounderCES

**A组基础题**

1*.*[2018长春市高三第一次质量监测,7]已知*x>*0,*y>*0,且4*x+y=xy*,则*x+y*的最小值为()

A.8 B.9 C.12 D.16

2*.*[2018合肥市高三调研,11]已知*a>b>*0,则*a++*的最小值为()

A. B.4 C.2 D.3

3*.*[2018湖北省部分重点中学高三联考,9]已知关于*x*的不等式*x*2*-*4*ax+*3*a*2*<*0(*a<*0)的解集为(*x*1,*x*2),则*x*1*+x*2*+*的最大值是()

A. B. C. D.-

4*.*[2017湖南省湘中名校高三联考,9]若正数*a*,*b*满足:*+=*1,则*+*的最小值为()

A.2 B. C. D.1+

5*.*[2017河北省石家庄市高三一检,14]已知直线*l*:*ax+by-ab=*0(*a>*0,*b>*0)经过点(2,3),则*a+b*的最小值为*.*

**B组提升题**

6*.*[2018豫西南部分示范性高中联考,9]已知正项等比数列{*an*}的公比为2,若*aman=*4,则*+*的最小值等于()

A.1 B. C. D.

7*.*[2017沈阳三模,10]直线*ax+by+*1*=*0与圆*x*2*+y*2*=*1相切,则*a+b+ab*的最大值为()

A.1 B.-1 C.+ D.+1

8*.*[2017郑州市高三一测,10]设正实数*x*,*y*满足*x>*,*y>*1,不等式*+*≥*m*恒成立,则*m*的最大值为()

A.2 B.4 C.8 D.16

9*.*[2017广东五校一诊,16]两圆*x*2*+y*2*+*2*ax+a*2*-*4*=*0和*x*2*+y*2*-*4*by-*1*+*4*b*2*=*0恰有三条公切线,若*a*∈R,*b*∈R且*ab*≠0,则*+*的最小值为*.*

10*.*[2018天津市滨海新区八校联考]已知*a>b>*0,且*ab=*1,那么取最小值时,*b=　　　　.*

**答案**

id:2147498016;FounderCES

1*.*B因为0*<a<b*,所以 *>*,又*f*(*x*)*=*ln *x*在(0,*+∞*)上单调递增,故*f*()*<f*(),即*q>p*,因为*r=*(*f*(*a*)*+f*(*b*))*=*(ln *a+*ln *b*)*=*ln *=f*()*=p*,所以*p=r<q.*故选B*.*

2*.*D因为log4(3*a+*4*b*)*=*log2,所以log4(3*a+*4*b*)*=*log4(*ab*),即3*a+*4*b=ab*,且即*a>*0,*b>*0,所以*+=*1(*a>*0,*b>*0),*a+b=*(*a+b*)(*+*)*=*7*++*≥7*+*2*=*7*+*4,当且仅当*=*时取等号,故选D*.*

3*.*B*==*≤*=*1,当且仅当*x=*2*y*时等号成立,此时*z=*2*y*2,*+-=-+=*

*-*(*-*1)2*+*1≤1,当且仅当*y=*1时等号成立,故选B*.*

4*.*4因为*ab>*0,所以≥*==*4*ab+*≥2*=*4,当且仅当时取等号,故的最小值是4*.*

5*.*8∵直线*+=*1(*a>*0,*b>*0)过点(1,2),∴*+=*1,∵*a>*0,*b>*0,∴2*a+b=*(2*a+b*)(*+*)*=*4*++*≥4*+*2*=*8,当且仅当*=*,即*a=*2,*b=*4时等号成立,∴2*a+b*的最小值为8*.*

6*.*30一年购买 次,则总运费与总存储费用之和为*×*6*+*4*x=*4(*+x*)≥8*=*240,当且仅当*x=*30时取等号,故总运费与总存储费用之和最小时*x*的值是30*.*

7*.*因为*x>*0,*y>*0,所以*xy+*(2*y*)*x=+==*(*+*)≥,当且仅当*=*,即*x=y*时取等号*.*故*xy+*(2*y*)*x*的最小值为*.*

8*.*3(*+*)2*=a+b+*4*+*2·≤9*+*2·*=*9*+a+b+*4*=*18,所以*+*≤3,当且仅当*a+*1*=b+*3且*a+b=*5,即*a=*,*b=*时等号成立*.*所以*+*的最大值为3*.*

9*.*(1)1 900*F=*≤*=*1 900,当且仅当*v=*11时等号成立*.*

(2)100*F=*≤*=*2 000,当且仅当*v=*10时等号成立,2 000*-*1 900*=*100*.*

id:2147498023;FounderCES

**A组基础题**

1*.*B由4*x+y=xy*得*+=*1,则*x+y=*(*x+y*)(*+*)*=++*1*+*4≥2*+*5*=*9,当且仅当*=*,即*x=*3,*y=*6时取“*=*”,故选B*.*

2*.*D因为*a>b>*0,所以*a++=*(*a+b++a-b+*)≥*+*

*=*2*+=*3,当且仅当即*a=*,*b=*时等号成立*.*故选D*.*

3*.*D∵不等式*x*2*-*4*ax+*3*a*2*<*0(*a<*0)的解集为(*x*1,*x*2), ∴在方程*x*2*-*4*ax+*3*a*2*=*0中,由根与系数的关系知*x*1*x*2*=*3*a*2,*x*1*+x*2*=*4*a*,则*x*1*+x*2*+=*4*a+.* ∵*a<*0, ∴*-*(4*a+*)≥2*=*,即4*a+*≤*-*,故*x*1*+x*2*+*的最大值为*-.* 故选D*.*

4*.*A由*a*,*b*为正数,且*+=*1,得*b=>*0,所以 *a-*1*>*0,所以*+=+=+*

≥2*=*2,当且仅当*=*,即*a=b=*3时等号成立,所以*+*的最小值为2,故选A*.*

5*.*5*+*2因为直线*l*经过点(2,3),所以2*a+*3*b-ab=*0,所以*b=>*0,所以*a-*3*>*0,所以*a+b=a+=a-*3*++*5≥5*+*2*=*5*+*2,当且仅当*a-*3*=*,即*a=*3*+*,*b=*2*+*时等号成立*.*

**B组提升题**

6.C由题意知,*aman=×*2*m+n-*2*=*4*=*4*×*22*=×*24,故得到*m+n=*6,所以*+=*(*+*)(*m+*

*n*)*=*(*++*)≥(*+*2)*=*,当且仅当*=*,即*m=*2*n*时等号成立*.*故选C*.*

7*.*C∵直线*ax+by+*1*=*0与圆*x*2*+y*2*=*1相切,∴圆心*O*(0,0)到直线*ax+by+*1*=*0的距离等于半径,即*=*1⇒*a*2*+b*2*=*1,易知*a+b+ab*的最大值一定在*a>*0,*b>*0时取得,

∴*a+b+ab=+ab=+ab.*

令*=t*,则*ab=.*

∵*ab*≤*=*(当且仅当*a=b=*时取“*=*”)且*ab>*0,

∴1*<t*≤,

∴*a+b+ab=+ab=t*2*+t-=*(*t+*1)2*-*1,

∴当*t=*时,(*a+b+ab*)max*=+.*故选C*.*

8*.*C依题意得,2*x-*1*>*0,*y-*1*>*0,*+=+*≥*+*≥4*×*2*=*8,即*+*≥8,当且仅当即时取等号,即*+*的最小值是8,故*m*≤8,即*m*的最大值是8,选C*.*

9*.*1将方程*x*2*+y*2*+*2*ax+a*2*-*4*=*0和*x*2*+y*2*-*4*by-*1*+*4*b*2*=*0分别配方,得(*x+a*)2*+y*2*=*4,*x*2*+*(*y-*2*b*)2*=*1, 依题意得两圆相外切,故*=*1*+*2*=*3,即*a*2*+*4*b*2*=*9,*+=*(*+*)·(*+*)*=*

*+++*≥*+*2*=*1,当且仅当*=*,即*a*2*=*2*b*2时等号成立,故*+*的最小值为1*.*

10*.*因为*a>b>*0,所以*==*(*a-b*)*+*≥2,当且仅当*a-b=*时取等号,又*ab=*1,所以*-b=*,解得*b=*(舍去*b=*)*.*